EXERCICE N°1 — 6 points — 35 ' — CONTRÔLE 2010

1°) Soit, dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): 2\,z^2 - \sqrt{3}(\sqrt{3}+i)\,z + 1 + \sqrt{3}\,i = 0$

a) Vérifier que *1* est une racine de l'équation (E).

b) Déduire l'autre racine de (E).

Dans la suite, le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

2°) On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $z_B = iz_A$.

On désigne par I le milieu de $[AB]$ et on note z_I l'affixe de I.

a) Donner la forme exponentielle de z_A et z_B.

b) Placer les points A,B et I dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

3°) a) Montrer que le triangle OAB est isocèle et rectangle.

b) En déduire que $OI = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et que $\left(\overrightarrow{\vec{u},OI}\right) \equiv \dfrac{7\pi}{12}[2\pi]$.

c) Ecrire z_I sous la forme algébrique et en déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ et celle de $\sin\dfrac{7\pi}{12}$.

EXERCICE N°2 — 5 points — 30 ' — PRINCIPALE 2011

1°) Montrer que $ie^{i\frac{\pi}{6}} = \left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^2$.

2°) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation.

$$(E): \quad z^2 - 2\left(e^{i\frac{\pi}{12}}\right)z + \left(1-i\right)e^{i\frac{\pi}{6}} = 0.$$

3°) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A,B et C d'affixes respectives $e^{i\frac{\pi}{3}}$, $e^{i\frac{\pi}{12}}$ et $e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{12}}$.

a) Montrer que le quadrilatère $OACB$ est un losange.

b) Placer les points A,B et C dans un repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

c) Calculer l'aire du losange $OACB$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com